

Tweedegraadslerarenopleiding

10
voor
de
leraar



Kennisbasis Wiskunde

versie september 2017 | ingangsdatum studiejaar 2018-2019



Voorwoord

Vanaf 2016 hebben lerarenopleiders over de volle breedte van de lerarenopleidingen in verschillende fasen met veel enthousiasme gewerkt aan de herijking van de 62 kennisbases die sinds 2008 ontwikkeld zijn. Voor u ligt het mooie resultaat van de gezamenlijke inspanningen.

De kennisbases zijn herijkt op zowel de inhoud, het niveau als de breedte van de vakkennis. Daar waar mogelijk is samenhang aangebracht tussen de kennisbases die een inhoudelijke en vakoverstijgende verwantschap kennen. De inhoud van elke kennisbasis is uiteindelijk gevalideerd door het werkveld en externe inhoudelijke deskundigen. Het resultaat is in overeenstemming met landelijke eisen.

De lerarenopleidingen kunnen tevreden terugkijken op een periode waarin zij veel hebben gediscussieerd, geschaafd en bijgesteld. Een periode waarin lerarenopleiders intensief hebben nagedacht over hun vak, de didactiek en het minimale niveau dat een startbekwame leerkracht moet beheersen. Met de inzet van zoveel betrokken mensen wordt dit eindresultaat breed gedragen.

Al deze activiteiten hebben ook nog iets anders opgeleverd. Het bracht collega's van diverse instellingen met elkaar in contact. Ze kregen gelegenheid om met vakgenoten te discussiëren en daarmee hun eigen expertise aan te scherpen. De samenwerking geeft een impuls aan de betrokkenheid van de lerarenopleiders bij de kwaliteitsverbetering en hun professionalisering.

Permanente kwaliteitszorg is essentieel voor de maatschappelijke opdracht. De kennisbases leveren daarvoor de ijkpunten aan. Het zijn geen statische documenten en blijven met enige regelmaat bijstelling nodig hebben vanwege vakinhoudelijke veranderingen, pedagogisch-didactische eisen, maatschappelijke ontwikkelingen en voortschrijdend inzicht. Dat houdt het gesprek over de inhoud van de lerarenopleidingen volop in leven en draagt daarmee bij aan de kwaliteitsslag die met het ontwikkelen van de kennisbases wordt beoogd.

De lerarenopleidingen weten elkaar beter te vinden en pakken uitdagingen gezamenlijk op. Hiermee dragen zij bij aan een goede opleiding voor de nieuwe generatie leraren en het onderwijs in Nederland.

Ik dank allen die hieraan hebben bijgedragen.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Thom de Graaf', followed by a long horizontal line.

mr. Thom de Graaf,
voorzitter Vereniging Hogescholen



Inhoud

Voorwoord	2
1 Inleiding	4
2 Ontwikkeling kennisbases	5
2.1 Versterken kenniscomponent	5
2.2 Systeem van kennisborging	5
2.3 Ontwikkeling en herijking kennisbases	5
3 Toelichting en verantwoording kennisbasis tweedegraadslerarenopleiding Wiskunde	7
3.1 Maatschappelijke context	7
3.2 Relatie met andere kennisbases	8
3.3 Verantwoording keuzes	9
3.4 Opbouw kennisdomeinen	11
4 Beschrijving kennisdomeinen	12
5 Redactie en validering	20
5.1 Redactieteam	20
5.2 Valideringsgroep	20
Bijlage	
Uitgangspunten kennisbases	21
Colofon	24

1 Inleiding

Voor u ligt de herijkte kennisbasis van de tweedegraadslerarenopleiding Wiskunde. Deze kennisbasis beschrijft wat minimaal van een startbekwame leraar aan vakinhoud, vakspecifieke kennis en het bijbehorende niveau mag worden verwacht, ongeacht de instelling waar de student is opgeleid. Het afnemende scholenveld en externe inhoudelijk deskundigen hebben bijgedragen aan de validering van de inhoud van deze kennisbasis.

Deze herijkte kennisbasis is geldig met ingang van het studiejaar 2018-2019 en is in eerste instantie bedoeld voor de lerarenopleiders zelf, maar ook voor hun studenten of externe belanghebbenden.

De kennisbasis is als volgt opgebouwd:

Ontwikkeling kennisbases

In het hoofdstuk *Ontwikkeling kennisbases* is algemene informatie opgenomen over de aanleiding, ontwikkeling, inhoud en herijking van de verschillende kennisbases.

Toelichting en verantwoording

In het hoofdstuk *Toelichting en verantwoording* geeft het redactieteam van de kennisbasis een toelichting op de totstandkoming van de herijkte kennisbasis en legt het verantwoording af over de gemaakte keuzes.

Beschrijving kennisdomeinen

In het hoofdstuk *Beschrijving kennisdomeinen* zijn de vakinhoudelijke en vakdidactische (sub)domeinen opgenomen evenals het minimale niveau waarop de student de (sub)domeinen moet beheersen.

Redactie en validering

In het hoofdstuk *Redactie en validering* vindt u een overzicht van de redactie- en valideringsleden die betrokken zijn geweest bij de herijking van deze kennisbasis.

In de bijlage zijn de uitgangspunten bij het herijken van de kennisbases opgenomen.

2 Ontwikkeling kennisbases

2.1 Versterken kenniscomponent

In de eerste jaren van dit millennium stond met name de kwaliteit van de kenniscomponent van de lerarenopleidingen ter discussie. Als antwoord op de brede kritiek op de vakinhoudelijke en vakdidactische kwaliteit van de lerarenopleidingen presenteerde staatssecretaris Van Bijsterveldt in 2008 de nota *Krachtig meesterschap, kwaliteitsagenda voor het opleiden van leraren 2008-2011*. De Vereniging Hogescholen onderschreef de opgenomen doelstellingen die gericht zijn op een hogere kwaliteit van de lerarenopleidingen. Eén onderdeel van de kwaliteitsagenda betreft de verbetering van de vakinhoudelijke kwaliteit van de lerarenopleidingen. 'Het eindniveau van de opleidingen wordt duidelijk vastgelegd. Hiertoe ontwikkelen de opleidingen in samenwerking met het afnemende veld een gezamenlijke kennisbasis, eindtermen en examens'.

2.2 Systeem van kennisborging

De gezamenlijke lerarenopleidingen hebben met het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap afspraken gemaakt over een systeem van borging gericht op de kenniscomponent binnen de opleiding. Gekozen is voor drie instrumenten: 1. Kennisbases 2. Landelijke kennistoetsen 3. Peer-review. De resultaten komen bottom-up en in eigen beheer met de lerarenopleider als centrale factor tot stand, maar wel met een stevig en onafhankelijk toezicht. Met als uiteindelijk doel dat elke startbekwame leerkracht minimaal dezelfde vakinhoudelijke kennis en vakspecifieke bekwaamheden heeft. Alle activiteiten voor de versterking van de kenniscomponent in lerarenopleidingen zijn ondergebracht in het programma *10voordeleraar*, onder de paraplu van de Vereniging Hogescholen. Het ministerie heeft voor de ontwikkeling en implementatie van de diverse instrumenten die *10voordeleraar* inzet om haar opdracht te verwezenlijken in de periode 2008-2017 een subsidie van € 25 miljoen beschikbaar gesteld.

2.3 Ontwikkeling en herijking kennisbases

Een kennisbasis omvat de beschrijving van de vakinhoudelijke, (vak)didactische en pedagogische kennis en (vakspecifieke) vaardigheden die een student aan het eind van de opleiding moet hebben. Bij de tweedegraadslerarenopleidingen is dit verdeeld over twee kennisbases: een specifieke vakkennisbasis met bijbehorende vakdidactiek en een generieke kennisbasis. In deze laatste gaat het om de algemene pedagogisch-didactische kennis en vaardigheden. Het kader van de kennisbasis legt een brede en gemeenschappelijke basis vast, maar biedt ook de individuele instelling ruimte voor een eigen profilering.

In de periode 2008-2011 hebben lerarenopleiders over de volle breedte van de hbo-lerarenopleidingen gezamenlijk de kennisbases ontwikkeld. Het afnemende scholenveld en externe inhoudelijk-deskundigen hebben bijgedragen aan de validering van de inhoud. In totaal zijn 62 kennisbases opgesteld. De opleidingen hebben, na validatie van de kennisbasis, hun onderwijsprogramma aangepast.



Vakinhoudelijke veranderingen, maatschappelijke ontwikkelingen en voortschrijdend inzicht maken het wenselijk dat iedere kennisbasis met enige regelmaat wordt beoordeeld op de inhoud en waar nodig wordt aangepast. Dit maakt ook deel uit van de afspraken met het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap. In het studiejaar 2015-2016 is gestart met het herijken van de eerste kennisbases.

De kennisbases zijn door lerarenopleiders herijkt op zowel de inhoud, het niveau als de breedte van de vak kennis. Daar waar mogelijk is samenhang aangebracht tussen de kennisbases die inhoudelijk en vakoverstijgende verwantschap kennen. De inhoud van de kennisbases is uiteindelijk gevalideerd door het werkveld en door externe inhoudelijke deskundigen. Ze zijn daarmee in overeenstemming met landelijke eisen.

Het herijkingsproces is zodanig vormgegeven dat iedereen die betrokken is bij een vak of opleiding gevraagd of ongevraagd mee kon denken zodat er een breed draagvlak ontstaat. De kennisbasis is een weerslag van wat de lerarenopleidingen, het afnemende werkveld en het specifieke wetenschapsgebied verwacht aan inhoud en niveau van een startbekwame leraar.

Een kerngroep met lerarenopleiders van de verschillende instellingen is gestart met het inventariseren van de herijkingswensen. Deze wensen zijn samengesteld op basis van ideeën, wensen en ontwikkelingen die effect hebben op de nodige vak- en vakdidactische kennis van de aankomende leraar. De kerngroepen hebben als legitimatie collega-docenten uit de eigen instelling, de landelijke vakoverleggen, de constructieteams van de landelijke kennistoetsen en/of de peer-reviewgroepen, studenten en alumni geconsulteerd. De ervaring met de implementatie van de bestaande versie van de kennisbasis is hierbij een belangrijk referentiepunt geweest.

De herijkingswensen zijn vervolgens getoetst aan de laatste wetenschappelijke inzichten binnen het vak, aan de ontwikkelingen in het werkveld en aan veranderingen op het gebied van beleid. Het definitieve herijkingsvoorstel is vastgesteld door een vaststellingscommissie waarin onder andere het landelijk directeurenoverleg tweedegraadslerarenopleidingen (ADEF) en het afnemende werkveld is vertegenwoordigd. Hun specifieke taak was erop toe te zien dat de vastgestelde procedure juist is gevolgd. Zo hebben ze bijvoorbeeld bekeken of alle belanghebbenden afdoende zijn gehoord en of de gemaakte keuzes voldoende zijn toegelicht.

De schrijfgroep is na vaststelling van het herijkingsvoorstel door de vaststellingscommissie aan de slag gegaan met het herschrijven van de kennisbasis. Onder leiding van het landelijk directeurenoverleg tweedegraadslerarenopleidingen (ADEF) is het opgeleverde concept gevalideerd door vertegenwoordigers van het werkveld, van de wetenschap en van eventuele vakverenigingen. Voor een aantal kennisbases is ook het nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling (SLO) geraadpleegd. Na verwerking van de opmerkingen zijn de herijkte kennisbases met een positief advies van het landelijk directeurenoverleg door de *Stuurgroep lerarenopleidingen* vastgesteld.

3 Toelichting en verantwoording kennisbasis tweedegraadslerarenopleiding Wiskunde

3.1 Maatschappelijke context

De kennisbasis voor de tweedegraadslerarenopleiding Wiskunde beschrijft de kennis van het vak en van de vakdidactiek die leraren Wiskunde nodig hebben om bekwaam verklaard te worden en om verantwoord en adequaat vakonderwijs in het (v)mbo en de onderbouw van het havo/vwo te kunnen verzorgen. De term *kennis* wordt hier opgevat als een verzamelbegrip voor theoretische, methodische en praktische kennis, dus zowel kennis als vaardigheden.

Internationaal onderzoek¹ in het domein wiskunde wijst op het belang van verschillende soorten van kennis voor leraren. Alleen beheersing van het schoolcurriculum is niet voldoende. Leraren moeten in staat zijn om rijke verbanden tussen concepten te leggen en over de horizon van het schoolvak heen te kijken. Uiteraard zijn ook didactische aspecten, de *pedagogical content knowledge*, belangrijk. In deze kennisbasis zijn inhouden opgenomen op grond van de volgende richtlijnen:

- Het betreft kennis die direct aan bod komt in het huidige of denkbare toekomstige schoolcurriculum dat de tweedegraadsleraar moet verzorgen.²
- Het betreft kennis ter verbreding of verdieping op het schoolcurriculum, die ertoe leidt dat de leraar het vak effectiever kan onderwijzen (denk aan andere invalshoeken, theoretische onderbouwing, voorbeelden van toepassingen).
- Het betreft kennis die zicht geeft op wiskunde in de bovenbouw van havo en vwo, zodat de leraar leerlingen op de bovenbouw kan voorbereiden en ze adequaat profieladvies kan geven.
- Het betreft kennis die relevant is voor andere schoolvakken, mbo-opleidingen en -beroepen of maatschappelijke contexten, waardoor de leraar kan bijdragen aan een samenhangend schoolcurriculum, een gedegen beroepsvoorbereiding en de algemene vorming van leerlingen.

Het doel van de kennisbasis is te komen tot een landelijke minimumnorm voor de vakkennis en de beheersing van de vakdidactiek op tweedegraadsniveau. Elke instelling heeft daarbinnen de vrijheid om zich te profileren door onderwerpen uit de kennisbasis een meer of minder prominente rol in het curriculum te geven en door doelstellingen na te streven die niet in de kennisbasis zijn opgenomen.

¹ Bijvoorbeeld Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education* 5. 389-407. Of National Research Council. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. J. Kilpatrick, J. Swafford, and B. Findell (Red.). Mathematics Learning Study Committee. Washington, DC: National Academy Press.

² Voor het vo is het huidige curriculum gedocumenteerd in examenprogramma's vmbo (www.examenblad.nl) en tussendoelen havo en vwo (SLO); alsmede in visiedocumenten zoals die van de vakvernieuwingscommissie cTWO (www.ctwo.nl). Voor het mbo lijken dergelijke documenten er niet te zijn.

3.2 Relatie met andere kennisbases

Het curriculum van de tweedegraadslerarenopleiding Wiskunde is gebaseerd op twee kennisbases die samen het fundament voor goed leraarschap vormen. Naast de hier beschreven vakspecifieke kennisbasis Wiskunde is in de generieke kennisbasis voor de tweedegraadslerarenopleidingen de conceptuele kennis vastgelegd die de startbekwame docent aan het einde van de opleiding moet hebben. Het gaat specifiek om 'het weten' met betrekking tot het leren en het zich verder kunnen ontwikkelen in het beroep van leraar: het meesterschap van de docent.

In het herijkingsproces van de kennisbasis heeft er meerdere keren afstemming met de schrijfgroepen van de andere bètavakken plaatsgevonden. Onderwerpen daarbij waren onder andere het te gebruiken format, vakdidactiek en het inpassen van aspecten uit de kennisbasis natuurwetenschappen en technologie voor de onderbouw van het voortgezet onderwijs.

Binnen het onderwijs wordt van elke docent een inspanning gevraagd om bij te dragen aan de taalvaardigheid van de leerlingen. Taal speelt dan ook bij alle vakken op school een grote rol. Instructies en uitleg geven, een tekst lezen, samenwerken aan een opdracht - alles gebeurt met behulp van taal. Leerlingen zijn in vaklessen (vak)taal aan het verwerven. Hierbij gaan taalontwikkeling en begripontwikkeling hand in hand. De didactische benadering die taal- en vakleren combineert heet Taalgericht vakonderwijs (of Taalontwikkelen vakonderwijs). Hoewel niet specifiek aangegeven in deze kennisbasis moet elke leraar hier goed van doordrongen zijn. Bij taalontwikkelen vakonderwijs komen de drie pijlers van taalgericht vakonderwijs naar voren: context, taalsteun, en interactie. De taalontwikkeling komt tijdens (vak)lessen in verschillende contexten naar voren, het betreft zowel Dagelijkse Algemene Taalvaardigheid (DAT) als Cognitieve Academische Taalvaardigheid (CAT), waarbij woordenschatontwikkeling en taalontwikkeling (vooral ook van vaktaal) vaak onbewust een impuls krijgt. Taalgericht lesgeven komt naar voren bij de gebruikte vakdidactische werkvormen en de taalgerichtheid van toetsen en beoordelen. Bij bewust taalgericht onderwijs worden de doelen van taalontwikkeling meegenomen en kunnen expliciet worden geformuleerd.

Deze vakspecifieke kennisbasis zorgt, daar waar dat van toepassing is, ook voor doorlopende leerlijnen. Hier geldt dat specifiek voor de kennisbasis Rekenen-wiskunde binnen het pabocurriculum en voor de kennisbasis van de vakmaster Wiskunde.

3.3 Verantwoording keuzes

Keuze en profilering

In aanvulling op de inhoud van de kennisbasis is er ruimte voor opleidingen om op grond van bovenstaande richtlijnen eigen accenten aan te brengen. De vakkennisbasis beschrijft circa 80 procent van de vakspecifieke kennis; de opdracht aan de instellingen is om hier ten minste 20 procent aan toe te voegen. In de bijlage bij de kennisbasis zijn hiervoor suggesties opgenomen in de vorm van *capita selecta*. Daarnaast kan het landelijke vakoverleg aan Domein 6 *Overige wiskundige onderwerpen* de komende jaren een inhoud geven die inspeelt op onderwijsontwikkelingen.

Toelichting

Het tweedegraadsgebied is breed en niet alle wiskundekennis is overal direct relevant. Om curriculumontwerp te faciliteren, hebben we onderdelen van de kennisbasis gemarkeerd als 'parate kennis'. Ongeacht op welke plek een docent binnen het tweedegraadsgebied werkzaam is, verwachten wij dat deze kennis te allen tijde paraat is. Het betreft onderdelen die in de volle breedte van het tweedegraadsgebied relevant zijn.

Waar van toepassing begint een subdomein met het benoemen van begrippen die een docent bij het communiceren over wiskunde moet kunnen gebruiken. De impliciete veronderstelling hier is dat dit ook geldt voor alle andere wiskundige begrippen die in de subdomeinbeschrijving voorkomen.

Uitgangspunten

Voor de kennisbasis Wiskunde heeft de kerngroep de volgende uitgangspunten geformuleerd:

Niveau

Deze kennisbasis past bij het bachelorniveau van een tweedegraadslerarenopleiding Wiskunde. In het Nederlands kwalificatieraamwerk voor hoger onderwijs (NLQF-LLL³) wordt als indicator voor het bachelorniveau gesteld dat kennis bereikt in het voortgezet onderwijs moet worden overtroffen; de domeinen van deze kennisbasis verbreden en verdiepen inderdaad de schoolwiskunde. Bovendien biedt deze kennisbasis brede, geïntegreerde kennis van de omvang, de belangrijkste gebieden en grenzen van een kennisdomein.⁴ Ten aanzien van vaardigheden moet kennis op een professionele manier in wisselende situaties worden toegepast, met veel nadruk op probleemoplossende vaardigheden, maar ook informatie- en communicatievaardigheden. Dat blijkt in de kennisbasis door woordkeuzes als 'bewijzen', 'onderzoeken', 'beoordelen' en 'communiceren' en in het bijzonder ook door de opname van Domein 1, *Algemene wiskundige vaardigheden*, die over de andere domeinen heen ligt.

³ Zie de Dublin-descriptoren op <https://www.nvao.net/actueel/publicaties/documenten-nederlands-kwalificatieraamwerk-hoger-onderwijs>.

⁴ Zie <http://www.nlqfn.nl/nlqf-niveaus>.



Samenhang

De domeinen uit deze kennisbasis sluiten aan bij de domeinen van de kennisbasis Wiskunde voor de masteropleiding tot eerstegraadsleraar. In de master vindt enerzijds verdieping plaats (bijvoorbeeld in de fundering van de analyse of complexere meetkundige bewijzen) en anderzijds verbreding (bijvoorbeeld in de statistiek of getaltheorie).

Samenhang met andere schoolvakken, alsmede relaties met toepassingen in opleidingen, beroepen en maatschappelijke contexten, wordt expliciet gezocht in domein 1. Bij de andere domeinen worden op diverse plaatsen (bijvoorbeeld bij differentiaalvergelijkingen of statistiek) verbindingen gelegd met toepassingen.

Wiskundeleraren hebben in de hedendaagse schoolpraktijk ook vaak te maken met rekenonderwijs. Rekenen komt aan bod in domein 1 en domein 7.

Wiskundedidactiek is onderwerp van domein 7. Hier is aansluiting gezocht bij alle domeinen en de generieke kennisbasis. Didactisch gebruik van ict vindt hier ook een plek. Ict als gereedschap bij wiskundige activiteit komt in domein 1 aan bod en daarnaast in een aantal subdomeinen, bijvoorbeeld ten aanzien van meetkundig of statistisch onderzoek.

3.4 Opbouw kennisdomeinen

De domeinen in de kennisbasis zijn onderverdeeld in zes vakinhoudelijke domeinen en één vakdidactisch domein. In het onderstaande overzicht zijn deze domeinen en hun subdomeinen weergegeven.

Domein 1: Algemene wiskundige vaardigheden	
1.1	Wiskunde en de maatschappij
1.2	Wiskunde in beroepen
1.3	Vakoverstijgende vaardigheden
1.4	Denken, redeneren en onderzoeken
1.5	Wiskunde leren
Domein 2: Algebra	
2.1	Algebraïsche vaardigheden
2.2	Getaltheorie
2.3	Complexe getallen
2.4	Verzamelingen
2.5	Logica en bewijstechnieken
Domein 3: Analyse	
3.1	Functiebegrip
3.2	Differentiaalrekening
3.3	Integraalrekening
3.4	Rijen en reeksen
3.5	Differentiaalvergelijkingen
Domein 4: Meetkunde	
4.1	Synthetische meetkunde
4.2	Goniometrie
4.3	Aanschouwelijke meetkunde
4.4	Analytische meetkunde
4.5	Kegelsneden
Domein 5: Statistiek en kansrekening	
5.1	Beschrijvende statistiek
5.2	Combinatoriek en kansrekening
5.3	Kansverdelingen
5.4	Verklarende statistiek
Domein 6: Overige wiskundige onderwerpen	
6.1	Grafentheorie
6.2	Lineair programmeren
6.3	Matrixrekening
6.4	Geschiedenis van de wiskunde
Domein 7: Wiskundedidactiek	
7.1	Onderwijzen van wiskunde
7.2	Didactische strategieën
7.3	Domeinspecifieke didactiek

4 Beschrijving kennisdomeinen

Domein 1: Algemene wiskundige vaardigheden

Subdomein 1.1: Wiskunde en de maatschappij

Een wiskundedocent kan:

1. wiskunde herkennen in de wereld om zich heen;
2. argumenteren en communiceren;
3. aangeven wat de invloed van de maatschappij is op de ontwikkeling van de wiskunde.

Subdomein 1.2: Wiskunde in beroepen

Een wiskundedocent kan:

1. wiskunde koppelen aan beroepscontexten.

Subdomein 1.3: Vakoverstijgende vaardigheden

Een wiskundedocent kan:

1. aangeven hoe wiskunde gebruikt wordt in andere vakgebieden;
2. de modelleercyclus doorlopen in vakoverstijgende probleemsituaties;
3. wiskunde toepassen in empirisch onderzoek;
4. het gebruik van modellen in toepassingen kritisch beoordelen op bruikbaarheid en betrouwbaarheid.

Subdomein 1.4: Denken, redeneren en onderzoeken

Een wiskundedocent kan:

1. wiskundig denken: modelleren, probleemoplossen en abstraheren;
2. omgaan met formele taal en symbolen;
3. ict functioneel gebruiken;
4. bij het uitvoeren van wiskunde rekenvaardigheid functioneel inzetten;
5. een wiskundig probleem onderzoeken en bewijzen met technieken uit verschillende (sub)domeinen.

Subdomein 1.5: Wiskunde leren

Een wiskundedocent kan:

1. wiskunde die gericht is op de dagelijkse beroepspraktijk van de docent zelfstandig bestuderen;
2. de eigen wiskundige bekwaamheid inschatten;
3. zich zelfstandig wiskunde eigen maken.

Domein 2: Algebra

Subdomein 2.1: Algebraïsche vaardigheden

Een wiskundedocent kan als **parate** vaardigheid:

1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: variabele, parameter, vergelijking, ongelijkheid, verband, term, factor, macht, wortel, exponent, grondtal;
2. lineaire en kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden oplossen;
3. haakjes uitwerken en het binomium van Newton gebruiken;
4. standaardvergelijkingen oplossen van het type $\sin x = c$, $\cos x = c$, $\tan x = c$, ${}^n\log x = c$, $g^x = c$, $x^p = c$, $|x| = c$ (met a, c en g parameters), evenals de bijbehorende ongelijkheden;
5. vergelijkingen en ongelijkheden oplossen die eenvoudig zijn te reduceren tot standaardvergelijkingen en -ongelijkheden;
6. rekenregels voor machten en logaritmen gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden;
7. rekenregels voor machten met positieve, gehele exponenten duiden en verbanden aangeven tussen rekenregels voor machten en logaritmen;
8. goniometrische vergelijkingen oplossen van de vorm $\sin a = \sin b$ en $\cos a = \cos b$, waarbij a en b lineaire functies zijn;
9. bij het oplossen van vergelijkingen gebruikmaken van periodiciteits- en symmetrie-eigenschappen van goniometrische functies en van de formules

$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1 \text{ en } \tan t = \frac{\sin t}{\cos t};$$

10. vergelijkingen en ongelijkheden oplossen met numerieke en grafische methoden;
11. stelsels van vergelijkingen oplossen.

Een wiskundedocent kan daarnaast:

12. de formules waarin $\sin 2t$ en $\cos 2t$ worden uitgedrukt in $\sin t$ en $\cos t$ gebruiken bij het herleiden van formules en het oplossen van vergelijkingen;
13. de formules voor $\sin(t \pm u)$, $\cos(t \pm u)$, $\sin t \pm \sin u$ en $\cos t \pm \cos u$ gebruiken bij het verklaren van samengestelde trillingspatronen en bij het herleiden van formules.

Domein 2: Algebra	Vervolg
Subdomein 2.2: Getaltheorie	
Een wiskundedocent kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: priemgetal, deler, veelvoud, congruentie, grootste gemene deler, kleinste gemene veelvoud, commutatief, associatief en distributief; 2. delers en priemfactoren van een getal bepalen; 3. twee representatievormen voor rationale getallen gebruiken: als repeterende decimale ontwikkeling en als breuk; 4. aantonen dat niet ieder reëel getal rationaal is; 5. wetenschappelijke notatie gebruiken en interpreteren en aangeven wat het belang is van wetenschappelijke notatie voor natuurwetenschappen; 6. waarden van grootheden uitdrukken in een nauwkeurigheid die past bij de context; 7. de regels voor significantie uit de schoolvakken natuurkunde en scheikunde gebruiken en kritisch beoordelen; 8. analyseren welke invloed meetnauwkeurigheid en afronding hebben op de uitkomsten van berekeningen. 	
Een wiskundedocent kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 9. de grootste gemene deler van twee getallen bepalen met het algoritme van Euclides; 10. het belang van priemgetallen voor de wiskunde benoemen, bijvoorbeeld in de hoofdstelling van de rekenkunde; 11. modulo-rekenen; 12. werken met andere talstelsels; 13. lineaire diophantische vergelijkingen oplossen. 	
Subdomein 2.3: Complexe getallen	
Een wiskundedocent kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: complex getal, reëel en imaginair deel, de hoofdstelling van de algebra, poolcoördinaten; 2. complexe getallen weergeven in cartesische vorm en tekenen in het complexe vlak; 3. rekenen met complexe getallen; 4. de hoofdstelling van de algebra duiden; 5. complexe getallen weergeven in poolvorm. 	
Een wiskundedocent kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 6. complexe getallen weergeven als e-macht; 7. veeltermvergelijkingen oplossen in \mathbb{C}; 8. met de formules van Euler berekeningen uitvoeren; 9. de stelling van De Moivre toepassen. 	
Subdomein 2.4: Verzamelingen	
Een wiskundedocent kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: getal, natuurlijk getal, positief getal, geheel getal, rationaal getal, reëel getal, complex getal, irrationaal en imaginair; 2. de getallenverzameling \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R} en \mathbb{C} onderscheiden. 	
Een wiskundedocent kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 3. de volgende begrippen uit de verzamelingenleer interpreteren en hanteren: verzameling, element, lege verzameling, eindige en oneindige verzameling, deelverzameling, eindige doorsnedes, eindige verenigingen, disjunct zijn, complementverzameling, verschilverzameling, machtsverzameling, eindig cartesisch product en symmetrisch verschil; 4. de symbolen voor de bovenstaande begrippen uit de verzamelingenleer hanteren; 5. verzamelingen definiëren door zowel intentie als extensie. 	
Subdomein 2.5: Logica en bewijstechnieken	
Een wiskundedocent kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende uitdrukkingen hanteren: en, of, niet, als ... dan ..., equivalent, precies dan als, definitie, stelling, vermoeden, bewering, bewijs, tegenvoorbeeld, voor alle, er is/bestaat, is gelijk aan, uniek; 2. de symbolen \wedge, \vee, \Leftrightarrow, \Rightarrow, \exists, \forall, \neq correct hanteren; 3. beweringen weerleggen met een tegenvoorbeeld; 4. logisch redeneren en zich bedienen van adequate redeneerstrategieën; 5. situaties waarin redeneringen voorkomen kritisch beschouwen en beoordelen. 	
Een wiskundedocent kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 6. omgaan met de volgende concepten: universele en existentiële beweringen, implicatie en logische operatoren, equivalentie; 7. beweringen opschrijven met behulp van wiskundige symbolen behorende bij voorgaande concepten; 8. bewijzen leveren met de volgende technieken: waarheidstabel, contrapositie, volledige inductie, ladenprincipe (<i>pigeon hole</i>), bewijs uit het ongerijmd; 9. equivalentie van twee beweringen bewijzen; 10. koppeling leggen tussen logische operatoren en verzamelingstheoretische begrippen. 	

Domein 3: Analyse

Subdomein 3.1: Functiebegrip

Een wiskundedocent kan als **parate** vaardigheid:

1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: afhankelijke en onafhankelijke variabele, functie, inverse functie, grafiek, asymptoot, parameter, niveaulijn, extreme waarden, domein, bereik, stijgen, dalen, symmetrie, absolute waarde, polynoom, veelterm;

ten aanzien van standaardfuncties

2. grafieken herkennen en standaardfuncties tekenen - te weten machtsfuncties met rationale exponenten, exponentiële functies, logaritmische functies en de goniometrische functies sin, cos en tan;

3. standaardfuncties karakteriseren ten aanzien van domein, bereik, stijgen, dalen, symmetrie, extreme waarden en asymptotisch gedrag;

ten aanzien van functies en grafieken

4. een in context beschreven samenhang vertalen in een functievoorschrift;
5. op grafieken transformaties uitvoeren (horizontaal en verticaal verschuiven, spiegelen en vermenigvuldigen ten opzichte van een as) en de samenhang met de bijbehorende verandering van het functievoorschrift beschrijven;

6. functies combineren (zoals optellen, aftrekken, samenstellen) en de samenhang met de bijbehorende grafieken beschrijven;

7. bij een functie nagaan of de inverse functie bestaat;

8. bij een functie de grafiek van de inverse functie tekenen en het functievoorschrift van de inverse functie opstellen;

9. gebruikmaken van logaritmische schaalverdelingen;

ten aanzien van periodieke functies

10. gebruikmaken van de volgende begrippen: periode, amplitude, evenwichtstand, faseverschil en frequentie bij het tekenen van een sinusoidale of het beschrijven van een periodiek verschijnsel;

11. een eenparige cirkelbeweging en een harmonische beweging in verband brengen met de functies sin en cos;

12. bij een gegeven sinusoidale een passend functievoorschrift opstellen;

ten aanzien van functies van twee variabelen

13. eenvoudige functies van twee variabelen grafisch weergeven met niveaulijnen;

14. eenvoudige functies van twee variabelen herkennen door een grafische weergave met niveaulijnen.

Een wiskundedocent kan daarnaast:

15. verbanden tussen functies analyseren zoals aangegeven in het domein Algebra;

16. de functies arcsin, arccos en arctan gebruiken;

ten aanzien van parametervoorstellingen

17. bij een gegeven parametervoorstelling de beeldkromme tekenen;

18. bij parametervoorstellingen lokale extremen en andere stationaire punten bepalen;

ten aanzien van complexe functies

19. meetkundige transformaties, zoals spiegeling, rotatie en translatie, beschrijven met complexe functies;

20. complexe functies zoals $f(z) = z^2$, $f(z) = \frac{1}{z}$ en $f(z) = az + b$ (met $a, b \in \mathbb{C}$) meetkundig interpreteren.

Subdomein 3.2: Differentiaalrekening

Een wiskundedocent kan als **parate** vaardigheid:

1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: limiet, differentiequotient, differentiaalquotient, differentiëren, afgeleide, (dis)continuïteit, snelheid van verandering, raaklijn, hellingfunctie;

ten aanzien van limieten

2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ bepalen met behulp van rekenregels van limieten: som- en verschilregel, productregel en quotiëntregel;

3. limieten bepalen van quotiënten van machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies;

4. horizontale en verticale asymptoten van een functie bepalen;

ten aanzien van de afgeleide functie

5. differentiequotienten en differentiaalquotienten bepalen en interpreteren;

ten aanzien van differentiëren

6. de standaardafgeleiden benoemen van machtsfuncties en goniometrische functies;

7. de eerste en hogere afgeleide van een functie bepalen met behulp van de standaardafgeleiden en de volgende rekenregels: scalarregel, somregel, productregel, quotiëntregel en kettingregel;

ten aanzien van toepassen

8. vergelijkingen van raaklijnen opstellen;

9. bepalen op welke intervallen de grafiek van een functie stijgt of daalt, wat de extreme waarden en buigpunten zijn;

10. met technieken uit de differentiaalrekening optimaliseringsvraagstukken oplossen.

Een wiskundedocent kan daarnaast:

11. de bijzondere eigenschappen van het getal van Euler e beschrijven;

12. de standaardafgeleiden benoemen van exponentiële functies en logaritmische functies;

13. bepalen op welke intervallen de grafiek van een functie convex of concaaf is;

14. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ berekenen met behulp van standaardlimieten;

15. bepalen in welke punten een functie continu en differentieerbaar is;

16. de afgeleide van de inverse functie in verband brengen met de afgeleide van de functie, bijvoorbeeld bij de functie sin en de inverse functie arcsin.

Domein 3: Analyse	Vervolg
Subdomein 3.3: Integraalrekening	
Een wiskundeleraar kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: oppervlakte onder een grafiek, primitieve, (on)bepaalde integraal; 2. de oppervlakte onder de grafiek van een positieve functie ingesloten door twee verticale lijnen benaderen met een riemannondersom en riemannbovensom; 3. het verband leggen tussen oppervlakte, riemannsom en integraal; 4. primitieven van standaardfuncties bepalen in overeenstemming met 3.2.6; 5. met de hoofdstelling van de integraalrekening integralen berekenen. 	
Een wiskundeleraar kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 6. primitieven van standaardfuncties bepalen in overeenstemming met 3.2.12; 7. het gemiddelde van een functie op een interval berekenen; 8. primitieven bepalen met behulp van substitutie; 9. primitieven bepalen met de technieken breuksplitsen en partieel integreren; 10. eigenlijke en oneigenlijk integralen berekenen; 11. de lengte van krommen en inhouden van omwentelingslichamen berekenen; 12. integraalrekening toepassen in contexten. 	
Subdomein 3.4: Rijen en reeksen	
Een wiskundeleraar kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: rij (als functie van \mathbb{N} naar \mathbb{R}), meetkundige en rekenkundige rij, somrij, verschilrij, convergent, divergent, limiet van een rij, recurrente betrekking, directe formule, reeks, monotoon stijgend en dalend, begrensd; 2. bij een probleem gegeven in een context het voorschrift voor een rij opstellen met behulp van een directe formule of een recurrente betrekking; 3. de kenmerken en eigenschappen van een meetkundige en een rekenkundige rij benoemen; 4. de termen van een meetkundige of rekenkundige rij berekenen, alsmede van de somrij hiervan; 5. een formule voor de termen van de verschilrij opstellen; 6. eigenschappen van een rij bepalen ten aanzien van (monotone) stijging of daling, begrenzing, convergentie, divergentie en limiet; 7. limieten van rijen bepalen met behulp van de insluitstelling. 	
Een wiskundeleraar kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 8. rijen weergeven en bestuderen met tijd- en webgrafieken; 9. webgrafieken inzetten om te onderzoeken of een rij convergeert; 10. de contractiestelling toepassen en dekpunten bepalen. 	
Subdomein 3.5: Differentiaalvergelijkingen	
<i>Er zijn bij dit subdomein geen parate vaardigheden.</i>	
Een wiskundeleraar kan:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij een context een discreet model opstellen; 2. bij een context een continu model opstellen; 3. zo nodig het continue model afleiden uit een discreet model door verkleining van de stapgrootte, in het bijzonder bij de exponentiële, asymptotische en logistische modellen; 4. een differentiaalvergelijking interpreteren als verband tussen een grootte en de verandering van deze grootte; 5. een differentiaalvergelijking oplossen door het scheiden van variabelen; 6. uit de algemene oplossing van een differentiaalvergelijking de particuliere oplossing afleiden die past bij een gegeven beginvoorwaarde; 7. controleren door substitutie of een gegeven kromme de oplossingskromme is van een differentiaalvergelijking; 8. een richtingsveld tekenen; 9. van een richtingsveld de betekenis en het verband met de oplossingskrommen duiden; 10. gebruikmaken van ict om modellen te onderzoeken; 11. numerieke methoden voor het oplossen van differentiaalvergelijkingen gebruiken, bijvoorbeeld de methode van Euler. 	

Domein 4: Meetkunde

Subdomein 4.1: Synthetische meetkunde

Een wiskundedocent kan als **parate** vaardigheid:

bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren:

1. ten aanzien van hoeken en lijnen: punt, hoekpunt, benen, lijn, lijnstuk, evenwijdig, loodrecht, loodlijn, rechte hoek, gestrekte hoek, overstaande hoeken, F-hoeken, Z-hoeken;
2. ten aanzien van meetkundige plaatsen: middelloodlijn, bissectrice, bissectricepaar, middenparallel, cirkel;
3. ten aanzien van driehoeken: zijde, buitenhoek, gelijkvormigheid, congruentie, hoogtelijn, zwaartelijn, gelijkbenig, gelijkzijdig, rechthoekig, rechthoekszijde, hypothenusa, ingeschreven en omgeschreven cirkel;
4. ten aanzien van vierhoeken: diagonaal, parallellogram, ruit, rechthoek, vierkant, (gelijkbenig) trapezium, vlieger;
5. ten aanzien van cirkels: diameter, straal, middelpunt, koorde, boog, middelpuntshoek, omtrekshoek, raaklijn, koordenvierhoek;

ten aanzien van tekenen, construeren, onderzoeken

6. meetkundige plaatsen construeren, zowel met als zonder ict;
7. figuren tekenen, zowel met als zonder ict;
8. meetkundige problemen onderzoeken met behulp van ict;

ten aanzien van bewijzen

9. gelijkvormigheidsgevallen (hh, zhz, zzz, zzz) en congruentiegevallen (HZH, ZHH, ZHZ, ZZZ, ZZR) benoemen en toepassen;
10. aantonen dat twee verschillende definities van een vierhoek equivalent zijn;
11. de volgende stellingen benoemen, bewijzen en toepassen: hoekensom driehoek, buitenhoek driehoek, Pythagoras, eigenschappen van middelloodlijnen, hoogtelijnen, bissectrices en zwaartelijnen in driehoeken;
12. de volgende stellingen benoemen en toepassen: driehoeksongelijkheid, boog en koorde, loodlijn op koorde, middelpuntshoek en omtrekshoek, constante hoek, Thales, koordenvierhoekstelling.

Een wiskundedocent kan daarnaast:

13. de volgende stellingen bewijzen: driehoeksongelijkheid, boog en koorde, loodlijn op koorde, middelpuntshoek en omtrekshoek, constante hoek, Thales, koordenvierhoekstelling.

Subdomein 4.2: Goniometrie

Een wiskundedocent kan als **parate** vaardigheid:

1. bij het communiceren over wiskunde het begrip 'goniometrische verhouding' hanteren;
2. met behulp van de goniometrische verhoudingen sinus, cosinus en tangens hoeken en lengtes van lijnstukken berekenen;
3. met behulp van de sinus- en de cosinusregel lengtes van lijnstukken en hoeken berekenen.

Een wiskundedocent kan daarnaast:

4. de sinus- en cosinusregel bewijzen.

Subdomein 4.3: Aanschouwelijke meetkunde

Een wiskundedocent kan als **parate** vaardigheid:

1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: kijklijn, (parallel- en centrale) projectie, doorsnede, afstand, snijden, kruisen, evenwijdig, perspectief;
 2. de onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties herkennen en beargumenteren met behulp van incidentierelaties;
- ten aanzien van afstanden en hoeken in concrete situaties*
3. afstanden en hoeken tussen twee objecten in de ruimte aangeven en berekenen;
- ten aanzien van fragmenttekeningen van ruimtelijke objecten*
4. aanzichten in verschillende kijkrichtingen tekenen en interpreteren;
 5. bij twee gegeven aanzichten van orthogonale projectie het derde aanzicht tekenen;
 6. uitslagen tekenen en interpreteren;
 7. in een gegeven voorstelling van een ruimtelijk object een vlakke doorsnede tekenen;
 8. doorsneden in een ruimtelijk object op ware grootte tekenen;
- ten aanzien van perspectieffeer*
9. een- en tweepuntsperspectief herkennen;
 10. centrale projectie gebruiken;
 11. perspectiefftekeningen maken, waarbij de docent gebruikmaakt van informatie over tafereel, oogpunt en verdwijnpunten;
 12. lijnstukken in perspectief in gelijke stukken verdelen.

Een wiskundedocent kan daarnaast:

13. driepuntsperspectief herkennen;
- ten aanzien van regelmatige veelvlakken*
14. in regelmatige veelvlakken berekeningen uitvoeren aan lengten, hoeken, oppervlakte, inhoud, ingeschreven en omgeschreven bollen;
 15. voor regelmatige veelvlakken formules van samenhang tussen diverse grootheden (zoals het aantal ribben per hoekpunt) opstellen en gebruiken met gebruik van de polyederformule van Euler;
 16. bovengenoemde onderwerpen onderzoeken met ict.

Domein 4: Meetkunde	Vervolg
Subdomein 4.4: Analytische meetkunde	
Een wiskundedocent kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: vector, vectorvoorstelling, inwendig product, normaal, eenheidscirkel; 2. lijnen, vlakken en cirkels beschrijven met vergelijkingen; 3. lijnen en vlakken beschrijven met vectorvoorstellingen. 	
Een wiskundedocent kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 4. op basis van coördinaten, vergelijkingen en vectorvoorstellingen van meetkundige objecten uitspraken doen over ligging en incidentierelatie, en tevens afstanden en hoeken berekenen; 5. het inwendig product van twee vectoren berekenen en in relatie brengen met hoeken en loodrechte stand; 6. bollen beschrijven met vergelijkingen. 	
Subdomein 4.5: Kegelsneden	
<i>Er zijn bij dit subdomein geen parate vaardigheden.</i>	
Een wiskundedocent kan:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. cirkels, parabolen, ellipsen en hyperbolen herkennen als kegelsneden; 2. kegelsneden beschrijven als meetkundige plaatsen en als conflictlijnen; 3. de vergelijking opstellen van kegelsneden in standaardligging (eventueel verschoven); 4. toppen, brandpunten en richtlijnen van kegelsneden bepalen; 5. raaklijnen bepalen aan kegelsneden; 6. eigenschappen van kegelsneden onderzoeken met behulp van ict; 	
<i>ten aanzien van gebieden en grenslijnen</i>	
<ol style="list-style-type: none"> 7. bij eenvoudige gebieden iso-afstandlijnen tekenen; 8. de vorm van de iso-afstandlijn afleiden uit de vorm van het gebied; 9. een conflictlijn puntsgewijs of stuksgewijs construeren en de delen benoemen. 	
Domein 5: Statistiek en kansrekening	
Subdomein 5.1: Beschrijvende statistiek	
Een wiskundedocent kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: populatie, steekproef, aselect, representatief, continue en discrete variabele, klasse-indeling, klassemidden, frequentieverdeling, inter- en extrapoleren; 2. het juiste meetniveau van een statistische variabele vaststellen; 3. een verzameling meetwaarden classificeren en weergeven in een frequentieverdeling; 4. bij steekproef- en populatiegegevens de centrummaten gemiddelde, modus en mediaan en de spreidingsmaten spreidingsbreedte, interkwartielafstand, variantie en standaardafwijking berekenen; 5. het gemiddelde, de mediaan, de modale klasse en de standaardafwijking bepalen van een geclassificeerde verzameling meetwaarden; 6. bij een probleemstelling geschikte maten kiezen om meetwaarden samen te vatten en hieraan een interpretatie verbinden; 7. meetwaarden weergeven in een diagram, tabel of grafiek, waaronder ook de boxplot; 8. data die op diverse manieren zijn gerepresenteerd en/of samengevat interpreteren en beoordelen; 9. met behulp van ict grote datasets analyseren; 10. betekenis geven aan de concepten correlatiecoëfficiënt en lineaire regressie. 	
Een wiskundedocent kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 11. de correlatie tussen twee reeksen meetwaarden bepalen door de correlatiecoëfficiënt te berekenen; 12. het voorschrift van de lineaire regressielijn opstellen en gebruiken om te inter- en extrapoleren. 	
Subdomein 5.2: Combinatoriek en kansrekening	
Een wiskundedocent kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: combinatie, permutatie, faculteit, trekken met en zonder terugleggen, onafhankelijke gebeurtenissen, voorwaardelijke kans; 2. telproblemen visualiseren en oplossen met behulp van combinaties, permutaties en samenstellingen; 3. rekenen met binomiaalcoëfficiënten en deze gebruiken in relatie tot het binomium van Newton (zie domein Algebra) en de driehoek van Pascal; 4. de kansdefinitie van Laplace en de experimentele wet van de grote aantallen gebruiken; 5. de kansregels (somregel, complementregel, productregel) toepassen; 6. kansproblemen inzichtelijk maken met een kansboom, vaasmodel of rooster. 	
Een wiskundedocent kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 7. De regel van Bayes toepassen. 	

Domein 5: Statistiek en kansrekening	Vervolg
Subdomein 5.3: Kansverdelingen	
Een wiskundeleraar kan als parate vaardigheid:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: kansvariabele, continue en discrete kansverdeling, verwachtingswaarde, standaardafwijking, binomiale verdeling, normale verdeling; 2. voor een kansvariabele bij een kansverdeling de verwachtingswaarde bepalen; 3. bij een binomiale verdeling kansen en grenswaarden berekenen en de verwachting en de standaardafwijking bepalen; 4. gebruikmaken van de vuistregels bij een normale verdeling. 	
Een wiskundeleraar kan daarnaast:	
<ol style="list-style-type: none"> 5. regels voor verwachtingswaarde en variantie bij optelling van kansvariabelen toepassen, in het bijzonder de standaardafwijking van de som van onafhankelijke kansvariabelen berekenen en in samenhang daarmee de \sqrt{n}-wet gebruiken; 6. bij een normale verdeling kansen en grenswaarden berekenen en de verwachting en de standaardafwijking bepalen; 7. bij een hypergeometrische verdeling kansen en grenswaarden berekenen en de verwachting en de standaardafwijking bepalen; 8. de relatie tussen de hypergeometrische, binomiale en normale verdeling benoemen en daarvan gebruikmaken bij het oplossen van kansvraagstukken; 9. onderzoek doen aan kansverdelingen met behulp van simulaties; 10. de centralelimietstelling duiden. 	
Subdomein 5.4: Verklarende statistiek	
<i>Er zijn bij dit subdomein geen parate vaardigheden.</i>	
Een wiskundeleraar kan:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bij het communiceren over wiskunde de volgende begrippen hanteren: nulhypothese, alternatieve hypothese, significantieniveau, kritieke gebied, overschrijdingskans, toegelaten gebied, een- en tweezijdige toets; 2. bij een binomiale verdeling een betrouwbaarheidsinterval bepalen voor een populatieproportie; 3. bij een normale verdeling een betrouwbaarheidsinterval bepalen voor het populatiegemiddelde; 4. de minimale steekproefomvang bepalen bij een gewenste nauwkeurigheid van een betrouwbaarheidsinterval bij een binomiale of normale verdeling; 5. een- en tweezijdige toetsen uitvoeren met behulp van een normale verdeling en een binomiale verdeling; 6. bij een context een geschikte toets kiezen; 7. een toets analyseren in termen van onderscheidend vermogen en fouten van de eerste en tweede soort; 8. de statistische cyclus doorlopen (conceptualiseren, mathematiseren, oplossen, interpreteren). 	
Domein 6: Overige wiskundige onderwerpen	
<i>Er zijn bij dit hele domein geen parate vaardigheden.</i>	
Subdomein 6.1: Grafentheorie	
Een wiskundeleraar kan:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. een daartoe geschikt praktisch probleem modelleren in termen van grafen; 2. bij grafen verbindingsmatrices opstellen en daarmee verbondenheid tussen punten bepalen; 3. bepalen of een graaf tweedelig, volledig of regelmatig is; 4. bepalen of grafen onderling isomorf zijn; 5. bepalen of een graaf een eulergraaf of hamiltongraaf is; 6. enkele algoritmes gebruiken voor optimalisatieproblemen op grafen, bijvoorbeeld voor kortste paden en opspannende bomen. 	
Subdomein 6.2: Lineair programmeren	
Een wiskundeleraar kan:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. bepalen of een probleem met lineair programmeren kan worden opgelost; 2. uit een context beslissingsvariabelen vaststellen, een formule voor de doelfunctie opstellen, beperkende voorwaarden distilleren en vertalen in ongelijkheden of vergelijkingen; 3. een lineairprogrammeerprobleem met twee beslissingsvariabelen grafisch oplossen; 4. het resultaat van een lineairprogrammeerprobleem interpreteren in termen van de context. 	
Subdomein 6.3: Matrixrekening	
Een wiskundeleraar kan:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. een lineair stelsel vergelijkingen oplossen met de eliminatiemethode van Gauss (vegen); 2. de matrixoperaties optellen, vermenigvuldigen en scalair vermenigvuldigen uitvoeren; 3. de inverse en de determinant van een matrix bepalen en gebruiken; 4. modellen analyseren met behulp van matrices; 5. matrixrekening in verband brengen met meetkundige afbeeldingen en afbeeldingsmatrices opstellen; 6. matrices gebruiken in een beroeps- of wetenschapscontext. 	

Domein 6: Overige wiskundige onderwerpen

Vervolg

Er zijn bij dit hele domein geen parate vaardigheden.

Subdomein 6.4: Geschiedenis van de wiskunde

Een wiskundedocent kan:

1. een globaal overzicht geven van de ontwikkeling van de wiskunde relevant voor het tweedegraads gebied;
ten aanzien van algebra en meetkunde voorbeelden geven van de ontwikkeling van
2. getalsystemen en getalnotaties;
3. het oplossen van vergelijkingen en het gebruik van variabelen;
4. notaties van wiskundige formules en terminologie;
5. berekening van lengte, oppervlakte en inhoud;
6. bewijzen in de euclidische meetkunde;
7. analytische meetkunde;
ten aanzien van wiskunde als menselijke activiteit
8. voorbeelden geven van de ontwikkeling van wiskunde gerelateerd aan culturele en maatschappelijke contexten.

Domein 7: Wiskundedidactiek

Subdomein 7.1: Onderwijzen van wiskunde

Een wiskundedocent kan:

- de onderdelen van de generieke kennisbasis ten aanzien van didactiek en leren contextualiseren naar wiskundeonderwijs in algemeen vormend onderwijs of beroepsonderwijs. Dit betreft:*
1. model didactische analyse;
 2. leerdoelen en instructiemodellen;
 3. vormgeving van leerprocessen;
 4. selectie en ontwerp van leermiddelen;
 5. begeleiding van leerprocessen;
 6. toetsing en evaluatie;
 7. actuele ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs aangeven.

Subdomein 7.2: Didactische strategieën

Een wiskundedocent kan:

1. leerlingen aanzetten tot wiskundig denken;
2. contexten functioneel inzetten;
3. ondersteunende denkmodellen gebruiken;
4. in het onderwijs contextualiseren en mathematiseren;
5. aansluiten bij informele en preformele wiskundekennis van leerlingen;
6. werken vanuit voorbeelden naar abstractie;
7. op inzicht gebaseerde oefening bieden;
8. rekening houden met het belang van interactie voor het leren van wiskunde;
9. het leerproces faseren in oriënteren, ontwikkelen en verwerken;
10. ict inzetten ter ondersteuning van het leren: als gereedschap, als oefenomgeving en voor begripsvorming;
11. verschillende soorten van wiskundige kennis onderscheiden: weten dat, weten hoe, weten waarom, weten over weten en houding;
12. geschiedenis van de wiskunde gebruiken ter verrijking van de didactiek.

Subdomein 7.3: Domeinspecifieke didactiek

Een wiskundedocent kan:

- verschillende aspecten van theoretische kennis over het leren en onderwijzen van domeinspecifieke onderwerpen uit de schoolwiskunde in de praktijk brengen. Dit betreft:*
1. rekenen en doorlopende leerlijnen;
 2. algebra inclusief formules en grafieken;
 3. meetkunde;
 4. statistiek.

5 Redactie en validering

5.1 Redactieteam

Naam	Hogeschool
De heer J. (Jos) Alkemade	Hogeschool Windesheim
De heer T. (Theo) van den Bogaart	Hogeschool Utrecht
De heer M.A. (Marc) de Graaf	Hogeschool Rotterdam
Mevrouw T. (Trudy) van der Kolk-den Heijer	Driestar educatief
Mevrouw N. (Nelly) Michon	Hogeschool Inholland
Mevrouw T. (Terzi) van Steemberge	Fontys Tilburg

5.2 Valideringsgroep

Naam	Functie en organisatie
De heer H. (Henk) van der Kooij	- Voorzitter vakcommissie landelijke kennistoets Wiskunde - Wiskunde didacticus, Universiteit Utrecht
De heer S. (Swier) Garst	- Docent wiskunde, RGO Middelharnis - Voorzitter Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Bijlage

Uitgangspunten kennisbases

Er zijn tussen de instellingen afspraken gemaakt over de vormgeving van de kennisbases. Alle kennisbases zijn opgezet volgens een vaste grondindeling waardoor ze onderling redelijk goed vergelijkbaar zijn. Hieronder is een aantal van deze uitgangspunten te lezen.

Minimale kennis

De kennisbases beschrijven voor alle opleidingen c.q. vakgebieden de minimaal noodzakelijke kennis die de student aan het einde van zijn opleiding moet hebben. Naar analogie van de termen zoals het SLO (nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling) gebruikt, is een kennisbasis een 'richtinggevend inhoudelijk kader voor wat studenten minimaal moeten kennen aan vakinhouden en moeten beheersen aan (vak)specifieke vaardigheden'.

Er wordt onderscheid gemaakt tussen kennis van het 'schoolvak' en kennis van de 'vakdiscipline en de daarbij behorende specifieke vaardigheden'. Kennis moet daarbij worden opgevat als 'het geheel van beheersingsniveaus dat van een startbekwame leraar mag worden verwacht' en dus niet alleen feiten-reproductie (taxonomie van Bloom) of feitelijke kennis (taxonomie van Romiszowski). Kennis omvat daarom ook de vakspecifieke vaardigheden van de startbekwame leraar.

Vakkennis, vakdidactiek en pedagogisch-didactische bekwaamheden

De beroepskennis van leraren heeft wortels in twee wetenschappelijke domeinen. In de eerste plaats in het domein van het vak (vakkennisbasis), en in de tweede plaats in de kennis over leren en onderwijzen in het algemeen (de generieke kennisbasis) en het desbetreffende vak in het bijzonder (vakdidactiek). De kennisbasis omvat de beschrijving van de vakinhoudelijke, (vak)didactische en pedagogische kennis en (vakspecifieke) vaardigheden die een student moet hebben. Het geheel van vakkennisbasis en generieke kennisbasis vormt de integrale 'body of knowledge and skills' die van een startbekwame leraar minimaal mag worden verwacht. Deze vormt tevens de basis van de bekwaamheidseisen zoals vastgelegd in het beroepsregister leraar. Binnen de profileringsruimte van elke instelling kan daarnaast nog verdere (inhoudelijke) verdieping en/of verbreding worden aangebracht.

Samenhangende en doorgaande leerlijnen

Het Nederlandse onderwijsbestel kent een structuur van naast elkaar opererende en elkaar opvolgende (doorgaande) leerlijnen. Per onderwijssoort (of soorten) wordt van een leraar een bepaalde wettelijke bevoegdheid/benoembaarheid verlangd. Door de overgangen in het onderwijs krijgt de lerende vaak te maken met andere onderwijsvormen en met leraren die anders zijn opgeleid. Om in elk geval de onderwijsinhoud tussen deze onderwijssoorten op elkaar af te stemmen en op elkaar aan te laten sluiten wordt ervoor gezorgd dat parallelle en doorgaande leerlijnen in de kennisbases, daar waar dat van toepassing is, herkenbaar zijn.



De leerlijn van 4 tot 18 jaar werkt de doelstellingen van het onderwijs uit in concepten¹ voor de hele leerlijn: vanaf basisonderwijs naar onderbouw vmbo en havo/vwo, bovenbouw vmbo (uitgewerkt naar leerwegen en sectoren), bovenbouw havo en bovenbouw vwo.

Deze concepten zijn evenzeer van belang voor studenten in het hbo die zich voorbereiden op het geven van onderwijs aan deze leerlingen (studenten). Door vanuit die gedachte de leerlijn 4-18 jaar uit te bouwen tot 22 jaar zouden de aankomende leraren goed op hun toekomstige beroep voorbereid moeten zijn. De leraar in de onderbouw moet daarbij, voortbouwend op wat in het basis-onderwijs is aangeboden, zijn leerlingen verder opleiden en voorbereiden op zijn profiel- en vakkenkeuze in de bovenbouw. En hij moet samen met de collega's die in de bovenbouw lesgeven, het onderwijsprogramma van zijn instelling ontwerpen en (gedeeltelijk) uitvoeren. De docent (vakmaster) in de bovenbouw moet zijn leerlingen goed voorbereiden op het vervolgonderwijs bij andere hbo- en universitaire opleidingen. De uitbreiding van de leerlijn tot 22 jaar is dus vanuit zowel bovenstaand standpunt als vanuit het standpunt van Dublin-descriptor 1 (de kennis moet die van het daaraan voorafgaande onderwijs overstijgen) noodzakelijk. De aankomende docent kan alleen dan vanuit een breder en dieper inzicht de vakinhoud vertalen naar goed onderwijs.

Niveau

NLQF, Dublin-descriptoren en de hbo-kwalificaties beschrijven het hbo-niveau (bachelor, master) op algemeen niveau; de bekwaamheidseisen van het lerarenregister beschrijven de specifieke beroepskennis van de leraar.

De lerarenopleidingen leveren startbekwame docenten af op hbo-bachelorniveau (NLQF-6) of hbo-masterniveau (NLQF-7 niveau). Dit betekent dat een startbekwame docent, conform de Dublin-descriptoren en de algemene hbo-kwalificaties die ook het noodzakelijke niveau beschrijven van de afgestudeerde hbo-er, een brede kennis moet hebben van in elk geval het vakgebied waarin hij les gaat geven. Ook moet hij boven de stof van dat vakgebied staan. In de huidige inrichting van het onderwijs betekent dit dat ook aandacht moet worden besteed aan de verwante of aanpalende vakken van het vakgebied waarin later wordt lesgegeven. Voor de leraar in het (v)mbo betekent het dat hij de beroepsgerichte toepassingen (en de ontwikkelingen) van het vak, de beroepstaal en de beroepsgroep 'kent'.

NB *Tijdens zijn loopbaan moet de leraar zijn kennis en vaardigheden, zowel op het gebied van zijn vak als van het ambt van leraar, via bij- en nascholing op peil houden. Datgene wat daarvoor nodig is wordt door de afgestudeerde, samen met zijn werkgever en in voorkomende gevallen met de lerarenopleiding, bepaald en vormgegeven.*

¹ De leerlijn 4-18 spitst zich toe op een beperkt aantal concepten die voldoen aan de volgende vier criteria:

1. De concepten representeren gezamenlijk de breedte van de opleiding.
2. De concepten kunnen verbonden worden met recente ontwikkelingen in het vak, didactiek of pedagogiek.
3. De concepten maken het mogelijk deze kennis voor leerlingen en studenten te structureren.
4. De concepten zijn leerbaar voor de desbetreffende groepen leerlingen en studenten.



Profileringsruimte

Het kader van de kennisbasis legt een brede en gemeenschappelijke basis vast, maar biedt ook de individuele instelling voldoende ruimte voor een eigen profilering. Een kennisbasis is niet gekoppeld aan een didactisch concept en legt voor de individuele instelling of opleidingsroute wat betreft de programma-opbouw en studielast van de afzonderlijke onderdelen niets vast. De instelling is zelf verantwoordelijk voor de implementatie van de kennisbasis. Zij stelt een onderwijs- en toetsprogramma vast dat volledig recht doet aan de kennisbasis én in overeenstemming is met het eigen didactisch concept en profilering van de instelling.

Colofon

Den Haag, september 2017

Uitgave

1Ovoordeleraar, Vereniging Hogescholen

Eindredactie en vormgeving

Elan, Rijswijk

www.1Ovoordeleraar.nl

Alle rechten voorbehouden. Behoudens de uitdrukkelijk bij wet bepaalde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden veeelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar worden gemaakt, zonder uitdrukkelijke toestemming van de uitgever. Aan de totstandkoming van deze uitgave is de uiterste zorg besteed. Voor informatie die nochtans onvolledig of onjuist is opgenomen, aanvaarden de auteurs, redactie en uitgever geen aansprakelijkheid voor de gevolgen daarvan.